**偏微分方程第二次项目报告**



学生姓名 虞晟浩

学生学号 520020910134

学生班级 F2002007

任课教师 黄建国

实验指导教师

实验日期 2023/5/8

1. 背景描述

考虑对流方程：

通过四种不同的显式差分格式求解以上对流方程分别在时的数值解。采用等距划分网格，网格大小。

四种差分格式如下：

1. 迎风格式（Upwind scheme）
2. Beam-Warming格式
3. Lax-Friedrichs格式
4. Lax-Wendroff格式
5. 问题提出
6. 三个方程在的数值解比较

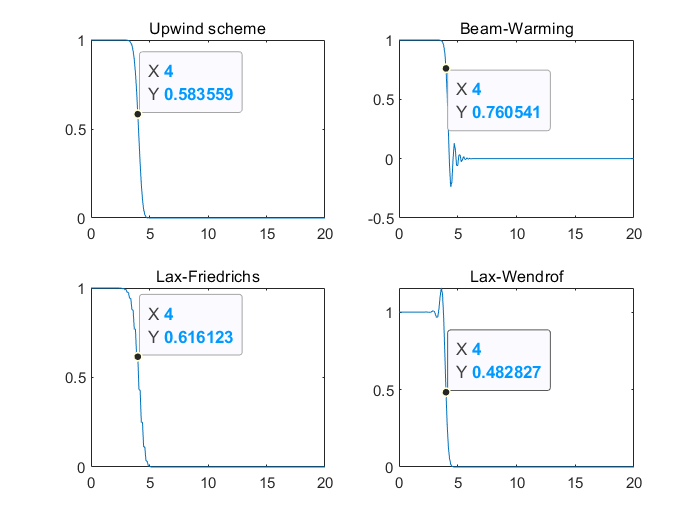


图1方程在时的解

可以看出在时四种差分格式都稳定。迎风格式解的光滑度最好。Beam-Warming和Lax-Wendrof格式在间断点附近计算效果不佳，而Lax-Friedrichs格式的解不够光滑（即在间断点附近突变不够迅速，与解析解差距较大）。

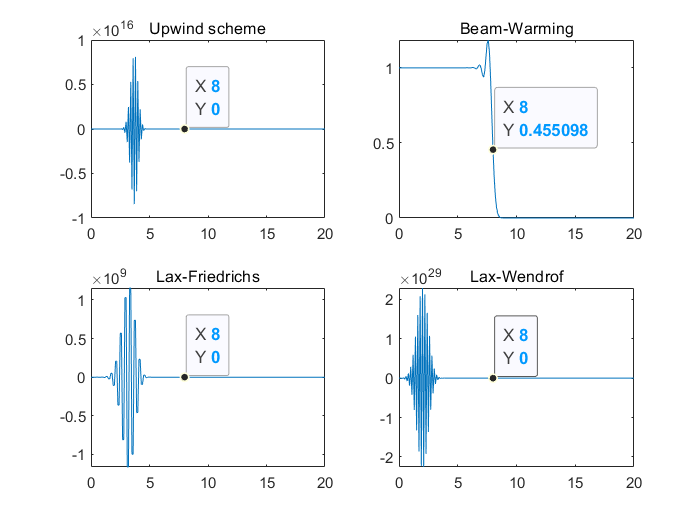


图2方程在时的解

时只有Beam-Warming格式稳定。且在间断点附近计算结果不佳。

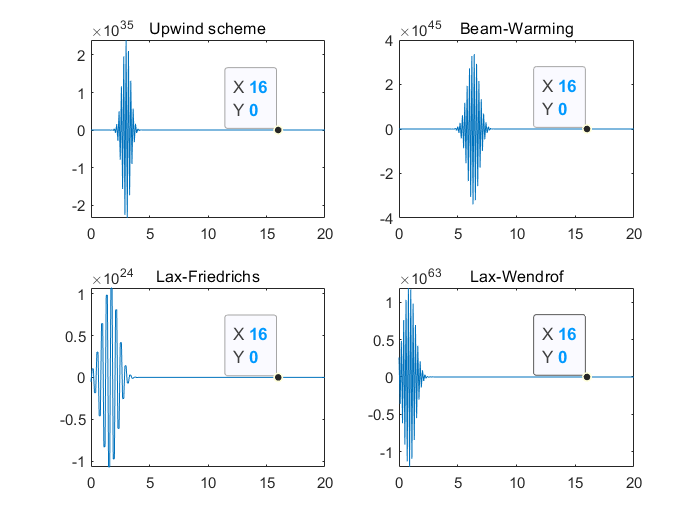


图3方程在时的解

时四种差分格式都不稳定。

1. 理论分析

方程的解析解为  
对于迎风格式，解的稳定条件为。因此当网格比时只有的方程可以使用这种差分格式。同理有Lax-Friedrichs格式和Lax-Wendroff格式，他们的稳定条件都是。而Beam-Warming格式的稳定条件为，因此对于的方程差分格式依然稳定。而对于，所有差分格式都不稳定。要解得数值解，需要缩小网格比。

1. 改进计算

由稳定性分析，可以得到对于所有差分格式、对于所有三个方程，取网格比时所有差分格式都稳定。可以看到三个方程的数值解结果与修改网格比前方程时得出的结论一致。具体图像如下：

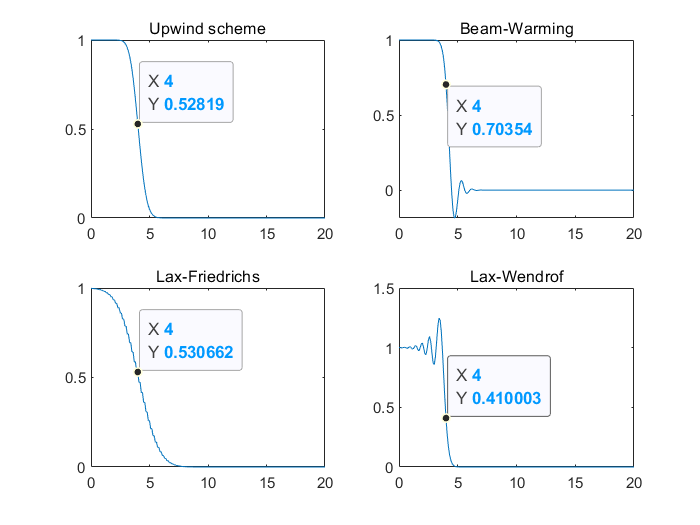


图4修改网格比后方程的时的解

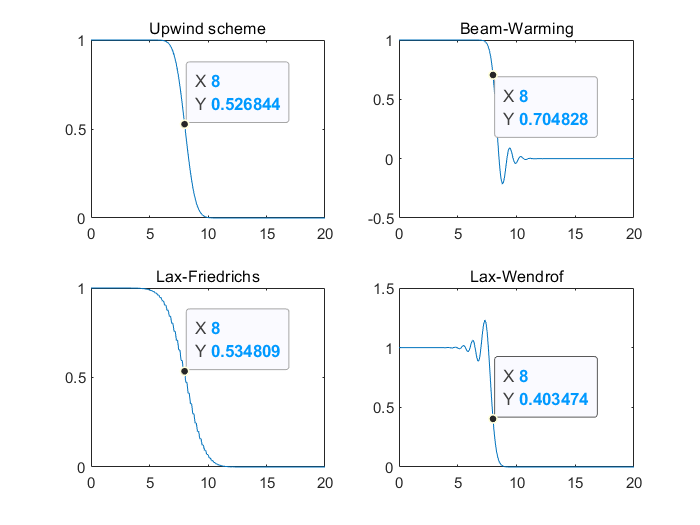


图5修改网格比后方程的时的解

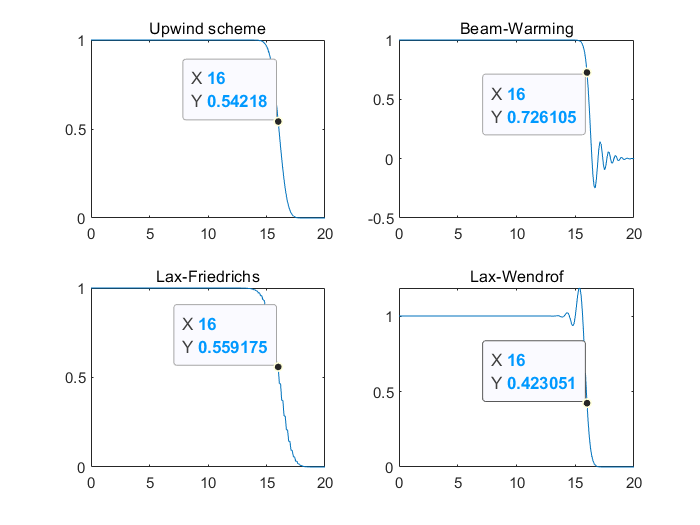


图6修改网格比后方程的时的解